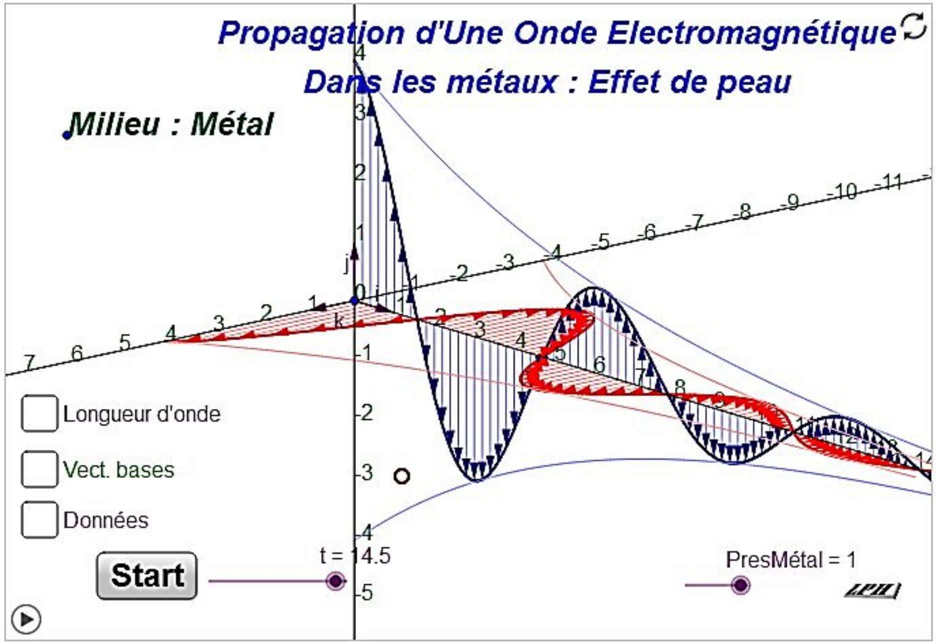
Propagation des ondes électromagnétiques

Recherche de solutions sous la forme pseudo-OPPH $\underline{\vec{E}}(M,t) = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \underline{\vec{k}}\cdot\vec{r})}$ où $\underline{\vec{k}} = \underline{k}\vec{u}$ a priori complexe dans un milieu localement neutre ($\rho(M,t) = 0$) de conductivité complexe $\underline{\sigma}$ telle que $\underline{\vec{j}} = \underline{\sigma}\underline{\vec{E}}$.

<table>
<tr><th>Milieu</th><th colspan="3">Métaux - Modèle de Drude</th><th colspan="2">Plasmas peu denses - Modèle milieu dilué</th></tr>
<tr><td>Caractéristiques
$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ $\omega_P^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}$
$\omega_P = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\tau}$</td><td colspan="3">métal $n \approx 10^{29}$ électrons libres/m^3 $\Rightarrow$ frottement $-\frac{m}{\tau}\vec{v}$
PFD sur électron $\Rightarrow$ $\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1+j\omega\tau}$ où $\boxed{\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}}$ avec $\tau \approx 10^{-14}$ s $\Leftrightarrow$ $\frac{1}{\tau} \approx 10^{14}$ Hz
$\omega_P \approx 10^{16}$ rad s^{-1} (UV, $\lambda \approx 200$ nm)</td><td colspan="2">plasma $n \approx 10^{10}$ à 10^{12} électrons libres/m^3 $\Rightarrow$ ~~frottement~~
PFD sur électron $\Rightarrow$ $\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{j\omega\tau} = \frac{\varepsilon_0\,\omega_P}{j\,\frac{\omega}{\omega_P}}$ où $\boxed{\omega_P^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$
$\omega_P \approx 10^{7}$ rad s^{-1} (ondes hertziennes, $\lambda \approx 100$ m) et $\frac{1}{\tau} \ll \omega \quad \forall\omega$</td></tr>
<tr><td>Domaine fréquentiel
ω par rapport à $\frac{1}{\tau}$ et ω_P</td><td>$\omega \ll \frac{1}{\tau} \ll \omega_P$
radio, micro-ondes, électronique</td><td>$\frac{1}{\tau} \ll \omega < \omega_P$
IR, visible, UV proche</td><td>$\frac{1}{\tau} \ll \omega_P < \omega$
UV lointain, rayons X proches</td><td>$\omega < \omega_P$
Grandes ondes (GO)
$\lambda \approx$ km, $f \approx$ MHz</td><td>$\omega_P < \omega$
Ondes métriques centimétriques
(FM $\lambda \approx$ m, $f \approx 100$ MHz)</td></tr>
<tr><td>Conductivité
$\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1+j\omega\tau}$</td><td>ARQS : $\underline{\sigma} = \sigma_0$ réelle
$\underline{\sigma} = \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$
$\vec{j}$ et $\vec{E}$ en phase</td><td colspan="2">Hors ARQS – Fréquences optiques et au-delà : $\underline{\sigma}$ imaginaire
$\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{j\omega\tau}$
$\vec{j}$ et $\vec{E}$ en quadrature</td><td colspan="2">$\underline{\sigma}$ imaginaire
$\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{j\omega\tau}$
$\vec{j}$ et $\vec{E}$ en quadrature</td></tr>
<tr><td>Relation de dispersion
$\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\underline{\sigma}$</td><td>$\underline{k}$ complexe
$\underline{k}^2 = -j\mu_0\sigma_0\omega$
$\underline{k} = \frac{1-j}{\delta}$ où $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma_0\omega}}$</td><td>$\underline{k}$ imaginaire
$\underline{k} = -j\sqrt{\frac{\omega_P^2 - \omega^2}{c^2}}$</td><td>$k$ réel
$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}}$
$v_\varphi = \frac{\omega}{k(\omega)} = \frac{c}{n(\omega)}$ et $n < 1$</td><td>$\underline{k}$ imaginaire
$\underline{k} = -j\sqrt{\frac{\omega_P^2 - \omega^2}{c^2}}$</td><td>$k$ réel
$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}}$
$v_\varphi = \frac{\omega}{k(\omega)} = \frac{c}{n(\omega)}$ et $n < 1$</td></tr>
<tr><td>Propagation</td><td>Propagation amortie
Dispersion</td><td>Onde évanescente
Pas de propagation</td><td>Onde progressive
Dispersion</td><td>Onde évanescente
Pas de propagation</td><td>Onde progressive
Dispersion</td></tr>
<tr><td>Dissipation d'énergie</td><td>Oui (effet Joule) $\langle \vec{j}\cdot\vec{E} \rangle \neq 0$</td><td colspan="2">Non $\langle \vec{j}\cdot\vec{E} \rangle = 0$</td><td colspan="2">Non $\langle \vec{j}\cdot\vec{E} \rangle = 0$</td></tr>
<tr><td>Réflexion / transmission</td><td>Réflexion partielle
$R < 1$</td><td>Réflexion du visible
$R = 1$ et $T = 0$
$r_{\text{vide}\to\text{métal}} = -1 \Rightarrow \varphi_{\text{sup}} = \pi$</td><td>Transmission
$R = 0$ et $T = 1$</td><td>Réflexion
$R = 1$ et $T = 0$
$r_{\text{vide}\to\text{plasma}} = -1 \Rightarrow \varphi_{\text{sup}} = \pi$</td><td>Transmission
$R = 0$ et $T = 1$</td></tr>
<tr><td>Phénomènes</td><td>Effet de peau</td><td>Éclat métallique (miroirs)</td><td>Transparence UV des métaux</td><td>Portée des émetteurs GO
Pas de communication satellitaire</td><td>Faible portée émetteurs FM
Communication satellitaire</td></tr>
</table>



https://lphwikispace.wikispaces.com/OndeElectromagnetiqueDansLesMetaux-Html5

Conséquences des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm locale : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\underline{\vec{E}}\right)=\vec{0}-\Delta\underline{\vec{E}}=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\overrightarrow{rot}\,\underline{\vec{B}}\right)=-\mu_0\underline{\sigma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2}$

$\Rightarrow \Delta\underline{\vec{E}} - \mu_0\underline{\sigma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$ dont les termes peuvent être interprétés deux à deux :

$$\Delta\underline{\vec{E}} - \mu_0\underline{\sigma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$$: équation de propagation

$$\Delta\underline{\vec{E}} - \mu_0\underline{\sigma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$$: équation de diffusion

Remarque – complément : un ***métal parfait*** peut être défini comme un milieu de ***conductivité infinie***. La loi d'Ohm locale $\vec{j}=\sigma\vec{E}$ impose alors que le champ électrique *à l'intérieur du métal* soit nul car la norme du vecteur densité de courant (associé à l'effet Joule) est nécessairement finie. Et la relation de structure impose alors que le champ magnétique soit également nul à l'intérieur du métal.

En résumé : dans un métal parfait $\sigma\to\infty\Rightarrow\vec{E}=\vec{0}\Rightarrow\vec{B}=\vec{0}$.