Propagation dans un câble coaxial

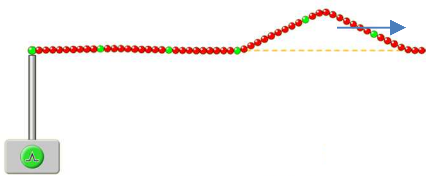
Prérequis - Modélisation du câble

Modèle à constantes réparties sans pertes : Λ (Hm^{-1}) et Γ(Fm^{-1}), résistance et conductance de fuite linéiques négligées.
Etude théorique : exercice câble coaxial.

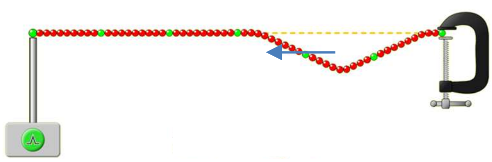
1. Rappeler sans démonstration l'expression de la célérité c des ondes de tension et d'intensité dans le câble, la relation de dispersion et la valeur de la vitesse de phase.
2. Rappeler la définition et l'expression de l'impédance caractéristique Z_C (pour les ondes incidentes et pour les ondes réfléchies).
3. Rappeler la définition et l'expression du coefficient de réflexion en tension ρ_u en fonction de Z_C et R.
4. En déduire les valeurs de ce coefficient pour $R = 0$ (sortie court-circuitée, impédance de charge nulle), $R = \infty$ (sortie ouverte, impédance de charge infinie) et $R = \underline{Z}_C$ (charge adaptée).

Analogie avec la corde vibrante

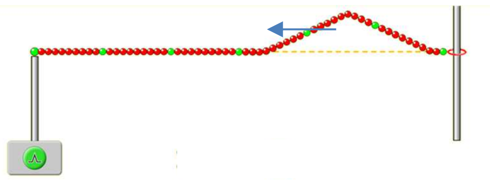
Influence des conditions aux limites (en bout de corde) sur la réflexion



Onde incidente



Extrémité fixe : réflexion « avec changement de signe »



Extrémité libre : réflexion « sans changement de signe »

Mesures des caractéristiques du câble : *câble relié uniquement au RLCmètre*

Ce RLCmètre est automatique pour les mesures courantes cependant pour les mesures sur le câble, il faut imposer la fréquence et forcer éventuellement la mesure (C ou L).

Imposer la fréquence 100 kHz (affichage sur l'écran)

Choisir C ou L (cf. ci-dessous)

La longueur du câble est $\ell = 100$ m.

1. Mesurer la capacité C du **câble en sortie ouverte** : $C_{100\text{ m}}$

2. Mesurer l'inductance L du **câble en sortie fermée (court-circuitée par un fil)** : $L_{100\text{ m}}$

3. On en déduit les caractéristiques du câble
   - $\Lambda = L / \ell$ (la lettre grecque « lambda majuscule » désigne l'inductance linéique en Hm^{-1})
   - $\Gamma = C / \ell$ (la lettre grecque « gamma majuscule » désigne la capacité linéique en Fm^{-1})
   - $c = \dfrac{1}{\sqrt{\Lambda\Gamma}}$ (célérité en ms^{-1})
   - $Z_C = \sqrt{\dfrac{\Lambda}{\Gamma}}$ (impédance caractéristique en Ω)

Réglages préliminaires GBF : *câble non connecté au GBF*

- Forme de la tension : impulsion avec rapport cyclique à 10%.
- Fréquence : 250 kHz.
- Amplitude : 8V

Allure des impulsions délivrées par le GBF en l'absence de câble

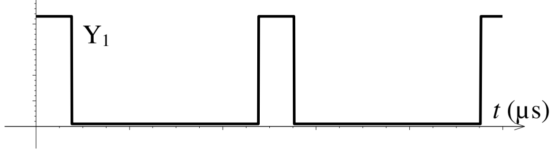
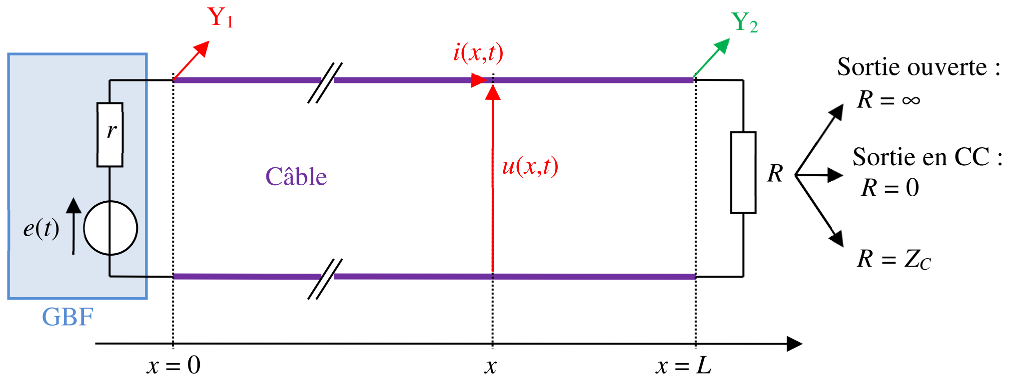


Schéma de principe

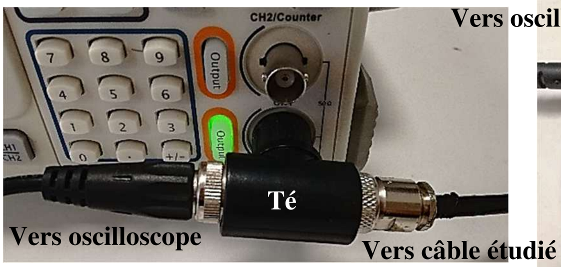


Le GBF est connecté au câble en $x = 0$. L'oscilloscope est connecté en $x = 0$ et $x = L$.
Une charge Z (boîte R variable) est connectée (ou non) en $x = L$ à l'autre extrémité du câble.
Les ondes émises par le GBF sont susceptibles de se réfléchir en $x = L$ (on justifiera dans la suite qu'elles ne se réfléchissent pas ensuite en $x = 0$).

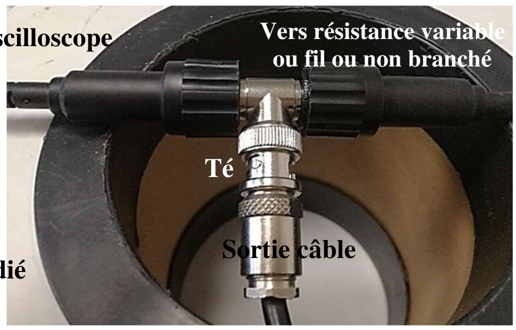
Matériel

Oscilloscope, GBF, câble coaxial d'étude de longueur $\ell = 100$ m, connectique (tés de connexion et câbles de liaisons coaxiaux), boîte de résistances variables.

Utilisation des tés et des câbles de connexion :

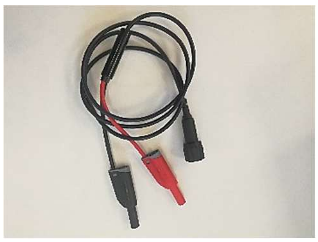


En sortie du GBF



En sortie du câble
(ne pas tordre le câble en manipulant le té !)

Câble de liaison coaxial/coaxial



Câble de liaison coaxial/ fiches bananes

Câbles fragiles à manipuler avec précaution (éviter les torsions au niveau des connectiques).

Étude de la propagation des ondes : *câble connecté au GBF*

Etude en sortie ouverte

1. Réaliser une copie d'écran (mode paysage) via oscilloscope + clé USB et l'imprimer (après validation ; deux groupes d'impulsions visibles au minimum à l'oscilloscope).

2. Interprétation
   - ✓ Repasser chaque voie dans une couleur et associer à chaque couleur sa légende ($u(0, t)$ ou $u(L, t)$).
   - ✓ Placer, à côté des impulsions concernées, les indications $u_i(0, t)$ et $u_r(0, t)$.

3. Exploitation qualitative
   - ✓ D'après la forme des impulsions, peut-on dire que la dispersion est inexistante, faible, forte ? Justifier qualitativement. Est-ce compatible avec la modélisation choisie pour le câble ?
   - ✓ Dans ces conditions que peut-on dire de la vitesse de groupe, de la vitesse de phase et de la célérité ?
   - ✓ Une atténuation est-elle visible ?

4. Exploitation quantitative
   - ✓ Avec la modélisation choisie, justifier qu'on devrait pouvoir écrire :
     - $u_r(0, t) = u_i(0, t - 2L/c)$
     - $u(L, t) = 2u_i(0, t - L/c)$
   - ✓ Déterminer, de façon aussi précise que possible, la célérité du signal (utiliser les curseurs de l'oscilloscope).
   - ✓ Interpréter l'amplitude du signal *incident* $u_i(0, t)$ en réfléchissant au modèle du GBF (comparer au réglage initial).
   - ✓ Une onde harmonique progressive légèrement amortie, peut s'écrire sous la forme $u(x,t) = u_m e^{-\alpha x} \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Évaluer le coefficient d'amortissement α.

Etude sortie en court-circuit

5. Réaliser une copie d'écran (mode paysage) via oscilloscope + clé USB et l'imprimer (après validation ; deux groupes d'impulsions visibles au minimum à l'oscilloscope).

6. Interprétation
   - ✓ Repasser chaque voie dans une couleur et associer à chaque couleur sa légende ($u(0, t)$ ou $u(L, t)$).
   - ✓ Commenter.

Recherche de l'impédance caractéristique

7. Proposer un protocole puis déterminer Z_C.

8. Réaliser une copie d'écran (mode paysage) via oscilloscope + clé USB et l'imprimer (après validation ; deux groupes d'impulsions visibles au minimum à l'oscilloscope).

9. Interprétation
   - ✓ Repasser chaque voie dans une couleur et associer à chaque couleur sa légende ($u(0, t)$ ou $u(L, t)$).
   - ✓ Placer, à côté des impulsions concernées, les indications $u_i(0, t)$ et $u_r(0, t)$.

Conclusion

10. Exploitation des mesures de c et Z_C
    Déterminer les caractéristiques du câble (Λ et Γ).

11. Justifier que les ondes ne se réfléchissent pas en $x = 0$.

12. Justifier le choix de la fréquence maximum pour le GBF (en observant les signaux obtenus à fréquence plus élevée).

Ondes stationnaires

Le GBF est réglé en signal sinusoïdal, il impose une tension de la forme : $u_i(x = 0, t) = e_m \cos(\omega t)$.
Le câble en sortie ouverte et on observe le signal en $x = 0$.

13. Modes propres
    En écrivant l'expression de $u(x = 0, t)$, montrer que la quantification des fréquences propres N_n est de la forme :
    $N_n = \dfrac{c}{4L}(2n+1) = \dfrac{c}{2L}(n + 1/2)$.

Remarque : pour différentes raisons, on n'observera pas à proprement parler des nœuds de vibration mais des minima (non nuls) pour l'amplitude de la tension en $x = 0$.

14. En déduire l'ordre de grandeur de la fréquence pour laquelle on obtient pour la première fois un nœud de tension en $x = 0$; à quelle valeur de n cette fréquence correspond-elle ?

15. Tracer N_n en fonction de n (au minimum, une dizaine de valeurs). Le graphe est-il en accord avec la formule précédente ?

16. En déduire une nouvelle valeur de la célérité.