Résumé

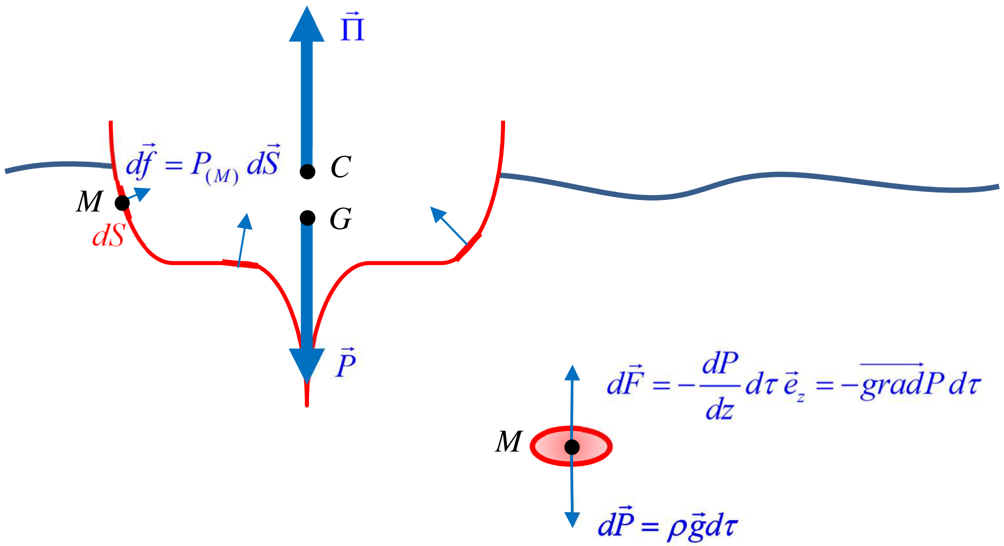
Statique des fluides

Pression et forces pressantes

Avant de parler de forces pressantes, il convient de préciser le **système** (de quoi je parle ?) :

- ✓ La résultante des forces pressantes $d\vec{f} = P_{(M)}\, d\vec{S}$ sur la surface d'un ***objet immergé macroscopique*** est la poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = \iint d\vec{f} = -\rho V_{déplacé}\vec{g}$ (appliquée au centre de poussée C pour un solide indéformable).
  L'équilibre du corps flottant s'écrit : $\vec{\Pi} + \vec{P} = \vec{0}$.

- ✓ La résultante des forces pressantes $d\vec{f} = P_{(M)}\, d\vec{S}$ sur la surface d'une ***particule fluide*** de volume $d\tau$ est l'équivalent, à l'échelle ***mésoscopique***, de la poussée d'Archimède et vaut : $d\vec{F} = -\overrightarrow{grad}P\, d\tau$ (dirigée vers les pressions décroissantes donc vers le haut comme la pression d'Archimède).
  L'équilibre de la particule fluide mésoscopique s'écrit : $d\vec{F} + d\vec{P} = \vec{0}$.



Il est essentiel de bien différencier ces forces, ainsi que les systèmes auxquelles elles s'appliquent, et de leur associer un sens physique précis.

Loi fondamentale de la statique des fluides

La condition d'équilibre d'une particule fluide mésoscopique au sein du fluide $d\vec{F} + d\vec{P} = \vec{0}$ s'écrit donc :

$-\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} = \vec{0}$ ***Loi fondamentale de la statique des fluides (ref. galiléen)***

Les termes intervenant dans cette loi sont des ***forces volumiques*** (en Nm^{-3}).
Cette loi permet de déterminer $P(z)$ dès qu'un modèle est choisi afin de disposer de l'expression $\rho(z)$ (cf. deux modèles page suivante).

Aspects physico-mathématiques

Cette loi est une ***équation différentielle du 1^er^ ordre***, en projection sur un axe **Oz vertical ascendant**, elle devient : $\frac{dP(z)}{dz} = -\rho(z)g$.

Signification : la pression P dépend de la profondeur (eau) ou de l'altitude (atmosphère) z.

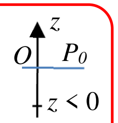
⇒ Sa résolution nécessite :
- de choisir un ***modèle*** pour le ***fluide*** (cf. deux paragraphes suivants) ;
- de connaître une condition aux limites (*la pression est continue à l'interface de deux fluides* si on néglige les phénomènes de tension superficielle).

Conséquence : ***la pression est la même en tout point d'un plan horizontal d'un fluide en équilibre*** *(car P = P(z) : P n'est fonction que de z).*

Démonstration (pcsi) : bilan des forces sur une particule fluide de forme cubique soumise à son poids et aux forces de pression $d\vec{f} = P_{(M)}\, d\vec{S}$ sur toutes ses faces.

Liquides - Modèle du fluide incompressible

Loi de pression dans un ***fluide incompressible*** (ρ = cte) : $P(z) = P_0 - \rho g z > P_0$

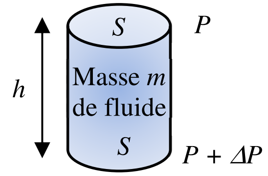


P_0 = pression atmosphérique en surface (z = 0) ; P croît avec la profondeur (z < 0).

Interprétation : la différence de pression ΔP entre 2 points d'un fluide est due au ***poids de la colonne de fluide*** :

$$\Delta P = \rho g h = \frac{\rho g h S}{S} = \frac{mg}{S}$$

où S est la base de la colonne considérée.



Démonstration (pcsi) de la loi de pression $P(z)$.

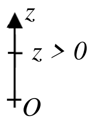
Gaz - Modèle du gaz parfait isotherme

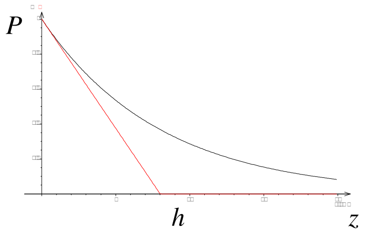
Pour un gaz parfait de masse molaire M, l'équation d'état permet d'établir que $\rho(P) = \dfrac{PM}{RT}$:

ρ est une fonction de la pression qui dépend elle-même de z.

Loi de pression dans l'***atmosphère isotherme*** (T = cte) :

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{z}{h}} \quad \text{avec} \quad h = \frac{RT}{M_{air}\, g} \quad \text{et}$$





P_0 = pression atmosphérique au sol ;
P diminue avec l'altitude (z > 0).
(formule du nivellement barométrique)

Ordre de grandeur dans l'air : $h \approx 8$ km donc il est légitime de parler de *la* pression dans une pièce ou dans un piston car P varie très peu sur des distances << h.

Démonstration (pcsi) de la loi de pression $P(z)$.

Généralisation - Facteur de Boltzmann

$P(z) = P_0 e^{-\frac{z}{h}}$ peut encore s'écrire, m étant la masse d'une molécule :

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{mgz}{k_B T}} \quad \text{ou encore} \quad n^*(z) = n_0 e^{-\frac{mgz}{k_B T}} \quad \text{(densité volumique de molécules en m}^{-3}\text{)}$$

Interprétation : mgz représente l'énergie potentielle de pesanteur d'une molécule.
On constate donc que plus z est grand (plus l'énergie potentielle est grande), plus la densité de molécules est faible : on dit que les niveaux d'énergie les plus hauts sont les moins peuplés.

Lorsqu'un système thermodynamique en ***équilibre*** à la température ***T*** est constitué de molécules dont ***l'énergie individuelle*** $\boldsymbol{\varepsilon}$ peut prendre différentes valeurs, les molécules se répartissent sur les différents niveaux d'énergie proportionnellement au facteur statistique $e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}}$ appelé ***facteur de Boltzmann*** : « Les niveaux d'énergie les plus bas sont les plus peuplés ».