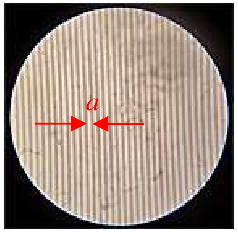
Réseaux de diffraction

Réseau plan - Définitions

Un ***réseau*** est une ***pupille diffractante*** dont la transparence est unidimensionnelle et périodique de ***période spatiale a***, le ***pas*** du réseau (distance entre les centres de deux traits consécutifs ci-contre).
Un réseau est caractérisé par son nombre de traits par mm : $n = \dfrac{1}{a\ (mm)}$.
n est donc la ***fréquence spatiale***.



Il existe des réseaux en ***réflexion*** (CD, DVD…) et des réseaux en ***transmission*** (transparents).

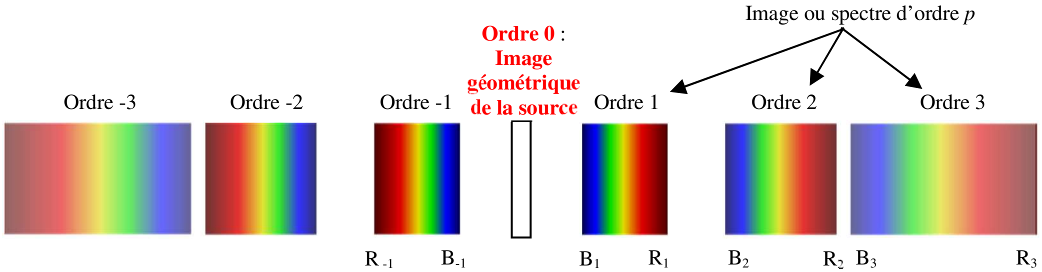
Aspects expérimentaux (T.P.) - Réseaux utilisés en TP

$100 < n < 1000$ traits/mm $\Rightarrow$ $1\,\mu m < a < 10\,\mu m$

Unités anglo-saxonnes : ℓ.p.i = line per inch (1 inch ≈ 25,4 mm).

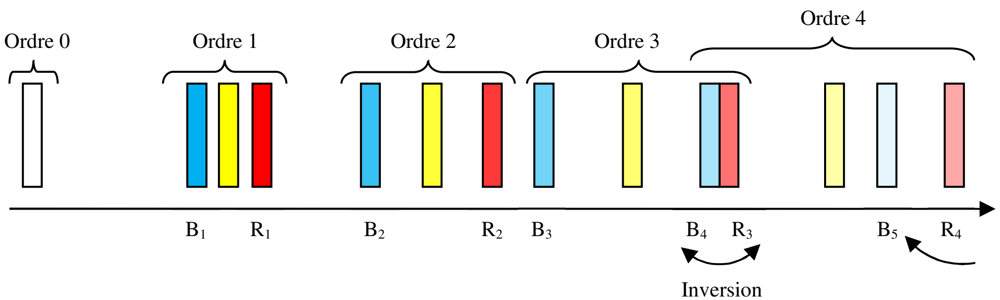
Vocabulaire – Image ou spectre d'ordre *p*

Simulation du spectre de la lumière blanche



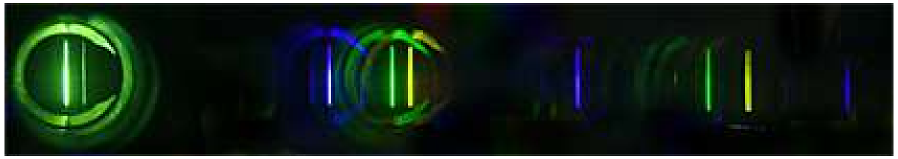
B_p et R_p : bleu et rouge d'ordre p

1. ***Le rouge est plus dévié que le bleu*** (contrairement au prisme).
2. ***La dispersion augmente quand l'ordre p augmente*** mais la luminosité diminue.
3. Les spectres s'élargissant quand l'ordre augmente, il y un risque de ***recouvrement*** des spectres d'ordre n et n+1 : des raies d'ordre n+1 peuvent apparaître avant des raies d'ordre n :



Observation visuelle au goniomètre (lampe spectrale)

Ordre -1 **Ordre 0** **Ordre 1**

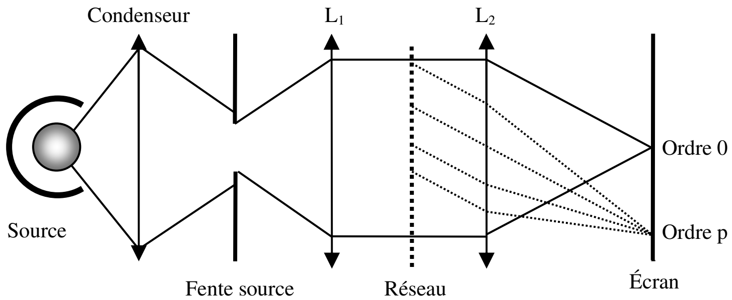


Ordre 0 **Ordre 1** **Ordre 2** **Ordre 3**

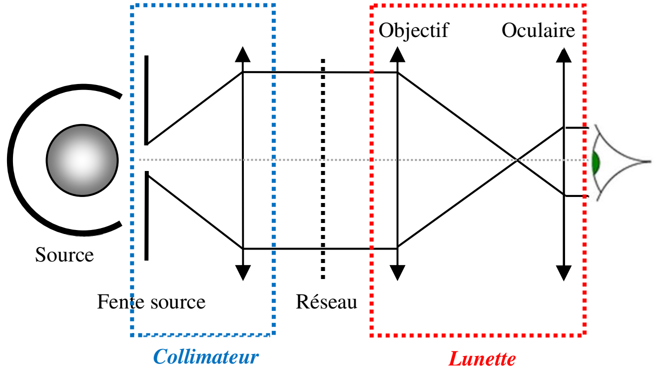
Montage de Fraunhofer

En pratique, on utilise un montage de diffraction dans les ***conditions de Fraunhofer*** (diffraction à l'infini).

Montage de principe pour projection sur un écran :



Utilisation d'un goniomètre :

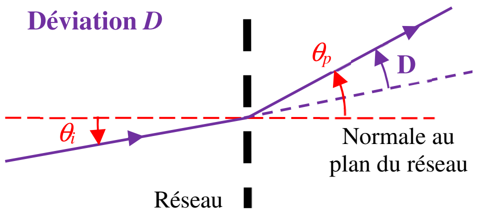


Déviation par un réseau

La ***déviation*** entre le rayon incident et le rayon diffracté dans ***l'ordre p*** est :

$$D_p = |\theta_p - \theta_i|$$

Il existe d'autres rayons (correspondant aux autres ordres non représentés ci-contre).



Formule des réseaux

On obtient la direction des ***maxima principaux*** en écrivant que ces maxima correspondent à des ***interférences constructives*** (ondelettes en phase).

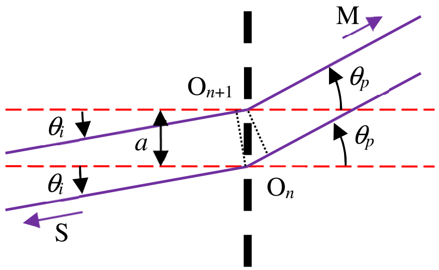
Un maximum d'intensité est tel que :

$\varphi = p\ 2\pi \Leftrightarrow \delta = p\ \lambda_0$ où $p \in \mathbb{Z}$.

$\delta = (SO_nM) - (SO_{n+1}M) = p\ \lambda_0$.

Relation fondamentale des réseaux par ***transmission*** :

$$\sin\theta_p - \sin\theta_i = p\frac{\lambda_0}{a}$$



Aspect expérimental (T.P.) :

Il existe un ordre maximal p_{max}. En effet : $|\sin\theta_i| \le 1$ et $|\sin\theta_p| \le 1 \Rightarrow p \le p_{\max} = \frac{2a}{\lambda_0}$.

La relation fondamentale des réseaux permet d'expliquer les observations expérimentales :

1. Plusieurs images correspondant aux différents ordres p.
2. Dispersion car $\sin\,\theta_p$ est une fonction affine de λ_0.
3. Rouge plus dévié que le bleu : même raison.
4. La dispersion augmente avec p car $\sin\,\theta_p$ est une fonction affine de p.
5. La dispersion augmente quand a diminue car $\sin\,\theta_p$ est une fonction affine de $1/a$.

Relation fondamentale des réseaux par réflexion : $\sin\theta_p + \sin\theta_i = p\frac{\lambda_0}{a}$

Minimum de déviation

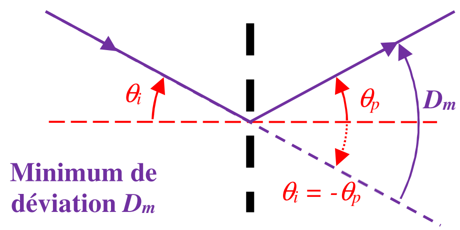
De même qu'avec un prisme, ***il existe un minimum de déviation dans chaque ordre***.

Théorème :

La déviation D_p passe par un minimum lorsque : $\theta_p = -\theta_i$

Le plan du réseau est alors le *plan bissecteur* des rayons incidents et diffractés dans l'ordre p.

La relation fondamentale des réseaux entraîne alors : $2\sin\frac{D_m}{2} = p\frac{\lambda_0}{a}$.



Application : La mesure de D_m permet de déterminer λ_0 connaissant p et a.

Annexe : Démonstration de l'existence d'un minimum de déviation.

La direction d'observation dans l'ordre p est une fonction de l'angle θ_i :

$$\sin\theta_p = p\frac{\lambda_0}{a} + \sin\theta_i$$

La déviation (algébrique) est donc une fonction de θ_i : $D_p(\theta_i) = (\theta_p - \theta_i)$.

La déviation présente un extremum lorsque $\frac{dD_p}{d\theta_i} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta_p}{d\theta_i} - 1 = 0 \quad (1)$

$\frac{d\theta_p}{d\theta_i}$ est déduit de la relation $\sin\theta_p = \sin\theta_i + p\frac{\lambda_0}{a}$ par dérivation par rapport à θ_i :

$$\frac{d\sin\theta_p}{d\theta_i} = -\cos\theta_p \frac{d\theta_p}{d\theta_i} = \cos\theta_i \Rightarrow \frac{d\theta_p}{d\theta_i} = -\frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_p} \qquad (2)\ \ (\theta_p \ne \pm\pi/2)$$

(1) et (2) $\Rightarrow \cos\theta_p = -\cos\theta_i \Rightarrow \theta_p = \theta_i$ exclu (pas de déviation) ou $\theta_p = -\theta_i$.

Un schéma permet alors de constater que le plan du réseau est le plan bissecteur des faisceaux incident et diffracté (information utile pour positionner le réseau approximativement, par observation visuelle à la verticale du spectrogoniomètre, lorsque la lunette est positionnée pour observer le spectre d'ordre p).

Spectroscopie à réseau

Cf. TP.