Résumé

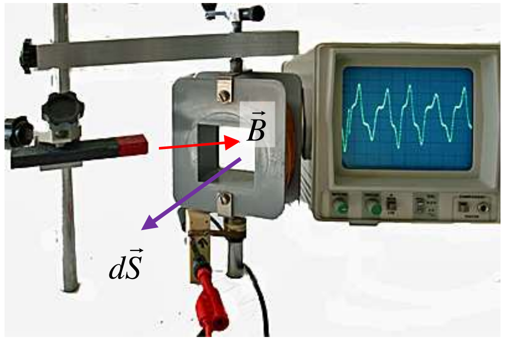
Induction électromagnétique

Michael Faraday (1791 – 1867)

Mise en évidence du phénomène d'induction (cf. TP)

On observe une tension aux bornes de la bobine dans les situations lorsque :

- la bobine est en rotation devant l'aimant fixe ;
- on approche ou on éloigne l'aimant de la bobine fixe.



Dès que la bobine et l'aimant sont en ***mouvement relatif***, le flux ϕ du champ magnétique à travers la bobine varie.

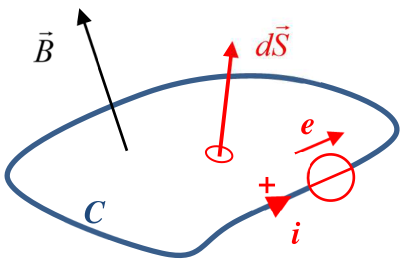
Phénomènes d'induction - Loi de Faraday – Loi de Lenz

Loi de Faraday : la *variation* du *flux* d'un champ magnétique à travers la surface d'un circuit entraîne l'apparition d'une ***f.e.m. d'induction*** dans le circuit : $e = -\dfrac{d\phi}{dt}$.

ϕ est le flux du champ magnétique à travers « la » surface S du circuit $\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

S est une surface quelconque posée sur le contour ***fermé*** C.

Conventions : le sens de la ddp e, le sens du courant induit i (quand il existe) et le sens du vecteur $d\vec{S}$ sont liés au ***sens positif arbitraire*** choisi sur le circuit :



Le générateur idéal de tension de f.e.m. e représenté sur le circuit ***modélise du point de vue électrocinétique*** la f.e.m. d'induction : *il n'existe aucun générateur réel dans ce circuit mais ce tout se passe comme s'il existait un générateur microscopique.*

Dans le référentiel d'étude, la variation du flux ϕ peut être due à ***deux causes*** :

- circuit fixe dans un champ variable $\vec{B}(t)$ (chauffage par induction, transformateur) ;
- circuit mobile ou déformable dans un champ $\vec{B}$ permanent (haut-parleur, dynamo).

Cas n°1

Induction de Neumann : un ***circuit fixe*** soumis à un ***champ magnétique variable*** $\vec{B}(t)$ peut se comporter comme un générateur électrocinétique, il est le siège d'un phénomène d'induction dont le « moteur » est l'équation de ***Maxwell-Faraday*** $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

En effet, dans le cas d'un circuit fermé, le théorème de Stokes permet d'écrire :

$$\oint_{M\in C} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} \overset{Stokes}{=} \oiint_{M\in S} \overrightarrow{rot}\vec{E}\cdot d\vec{S} \overset{M-F}{=} \oiint_{M\in S} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\oiint_{M\in S} \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{d\phi}{dt}$$

⚠ ***Champ électrique vs champ électrostatique***

La f.e.m. d'induction est $e = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} \neq 0$: la circulation du champ ***électrique*** est non nulle contrairement à la circulation du champ électro**statique**.

Pour un champ ***électrostatique***, on a : $\vec{E}_{stat} = -\overrightarrow{grad}\,V \Leftrightarrow \oint_C \vec{E}_{stat}\cdot d\vec{\ell} = 0$ (un champ statique ne crée aucune force électromagnétique).

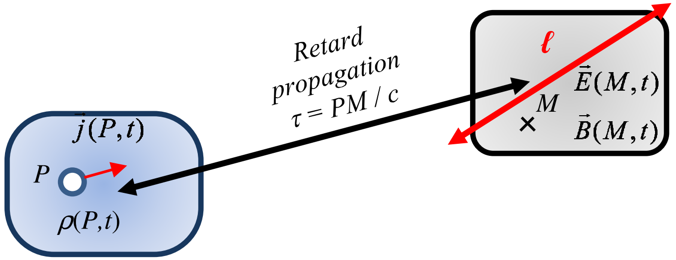
Cas n°2

Induction de Lorentz : un ***circuit mobile ou déformable*** dans un ***champ magnétique permanent*** peut se comporter comme un générateur électrocinétique, il est le siège d'un phénomène d'induction dont le « moteur » est la ***force de Lorentz*** s'exerçant sur les porteurs de charge $\vec{f} = q\vec{v}_e \wedge \vec{B}$ (où $\vec{v}_e$ est la vitesse d'entraînement du circuit au point considéré) et responsable de leur mise en mouvement *dans* le circuit.

Cette dernière situation semble constituer un fait nouveau non prévu par les équations de Maxwell mais il n'en est rien, il s'agit bien de deux facettes d'un même phénomène envisagé dans deux référentiels différents (principe de relativité or les équations de Maxwell sont compatibles avec la relativité).

Loi de Lenz (loi de modération)
Les effets *magnétiques*, *électrocinétiques* et *mécaniques* de l'induction sont orientés de façon à s'opposer à ses causes.

Électromagnétisme dans l'A.R.Q.S. magnétique



ARQS : $\ell \ll cT = \lambda$

ARQS magnétique : $\ell \ll cT = \lambda$ et $\dfrac{\rho c}{j} \ll 1$ (les courants dominent les charges).

- ✓ $div\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{j}$ est à flux conservatif (même intensité dans un circuit série, loi des nœuds)
- ✓ $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Rightarrow$ théorème d'Ampère « classique » (autres équations de Maxwell inchangées)
- ✓ $u_{em} \approx u_m$

ARQS électrique (hors programme) : régimes « lentement variables dans le temps »

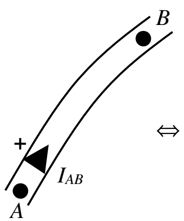
- ✓ Equation de conservation de la charge inchangée
- ✓ $\overrightarrow{rot}\vec{E} \approx \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$ (autres équations de Maxwell inchangées)
- ✓ $u_{em} \approx u_e$

Induction – Modélisation électrocinétique

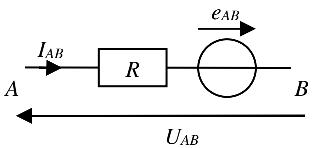
Dans une ***portion*** de conducteur filiforme AB d'un circuit fermé, siège d'un phénomène d'induction, la ***loi d'ohm généralisée*** s'écrit :

$$V_A - V_B = RI_{AB} - e_{AB} \quad \text{où}$$

$$e_{AB} = -\frac{d\phi}{dt} \quad \text{et} \quad \phi = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\,.$$



⇔



Inductance propre ou auto-induction, inductance mutuelle

Un circuit filiforme fermé parcouru par un courant variable $i(t)$, crée un champ magnétique d'intensité B proportionnelle à i. Ce champ engendre un flux à travers le circuit lui-même, il est donc appelé ***flux propre*** car engendré par le circuit lui-même à travers lui-même : **ϕ_P proportionnel à $i(t)$**.

$\phi_P = Li$ où **L est l'inductance propre** ($L > 0$) ne dépend que de la géométrie du circuit (constante pour un circuit indéformable). L en H (Henry).

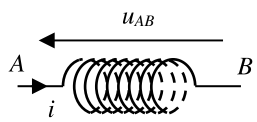
Rq : N spires $\Rightarrow L$ proportionnel à N^2 (car B proportionnel à N et ϕ_P proportionnel à $N\phi_{1\ spire}$).

Conséquence

f.e.m. d'auto-induction :

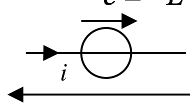
$$e = -\frac{d\phi_P}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

L = cte pour un circuit indéformable



⇔

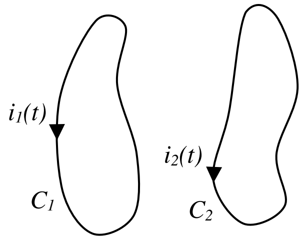
$e = -L\dfrac{di}{dt}$



$u_{AB} = -e = L\dfrac{di}{dt}$

Inductance mutuelle

(C_1) crée B_1 proportionnel à i_1 et engendre donc $\phi_{1\to2}$ proportionnel à i_1 : on pose $\phi_{1\to2} = M_{12}\, i_1$.
(C_2) crée B_2 proportionnel à i_2 et engendre donc $\phi_{2\to1}$ proportionnel à i_2 : on pose $\phi_{2\to1} = M_{21}\, i_2$.



On admet (théorème de Neumann) : $M_{12} = M_{21} = M$.
$\Rightarrow \phi_{1\to2} = M\, i_1$ et $\phi_{2\to1} = M\, i_2$; M en H (Henry)

Attention : le signe de M dépend des orientations relatives des deux circuits

Flux total dans (C_1) : $\phi_1 = \phi_{P1} + \phi_{2\to1} = L_1\, i_1 + M\, i_2$.
Flux total dans (C_2) : $\phi_2 = \phi_{P2} + \phi_{1\to2} = L_2\, i_2 + M\, i_1$.

Rq : M est proportionnel à N_1N_2 (nombre de spires des circuits) et décroît avec la distance entre les deux circuits.

Conséquence

$$e_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt}$$

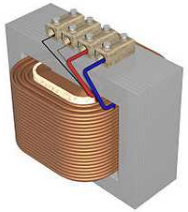
L_1, L_2 et M constantes pour des circuits *indéformables* et *fixes*.

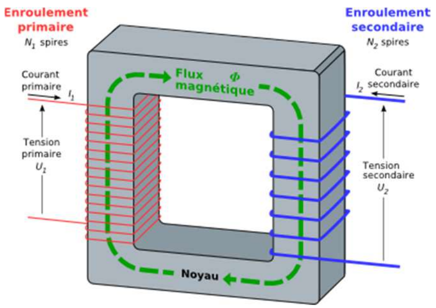
Application : transformateur.

Circuits couplés par induction : énergie magnétique

$$U_m = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0}\,d\tau$$

Transformateurs





Le courant variable au primaire crée un champ magnétique variable (« canalisé » par la carcasse métallique) qui engendre donc un flux variable au secondaire. Il en résulte une tension induite au secondaire (et un courant si le circuit secondaire est fermé).

Dans le cas d'un transormateur idéal (sans pertes), les résistances sont négligées et les flux et les puissances sont identiques dans les deux enroulements. Il en découle les relations suivantes :

$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ (élévateur ou abaisseur) et $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$.

Fusion de l'étain par effet Joule dans une coupelle annulaire jouant le rôle de secondaire (une seule spire au secondaire $N_2=1$ donc courant induit très important) :

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{1}$.

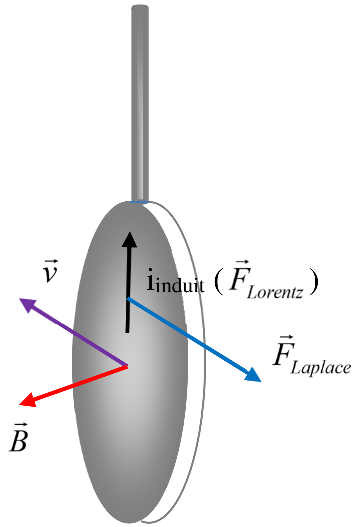
Haut-parleur

Effets électromécaniques (auto-induction et force de Laplace).

Plaques à induction

Le chocolat fond seulement dans la poêle…
La cuisson résulte de l'effet Joule provoqué par les courants induits dans le fond de la casserole.

Freinage par courants de Foucault (Eddy currents)



La force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ qui s'exercice sur les électrons de la plaque métallique mobile dans le champ magnétique engendre des courants induits dans la plaque qui subissent à leur tour la force de Laplace $\vec{f} = \int i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$. Celle-ci s'oppose au mouvement conformément à la loi de modération de Lenz.