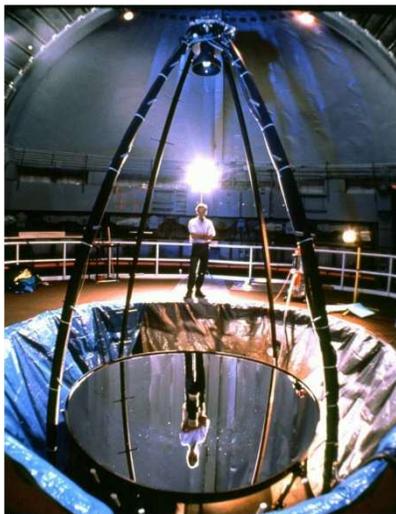


Liquide en rotation uniforme



Ci-contre, le télescope de 3 m à miroir liquide utilisé par la NASA jusqu'en 2002 pour mesurer les débris spatiaux à orbite basse.

Paul Hickson de l'université de la Colombie-Britannique (UBC) et Borra créèrent en collaboration les miroirs de classe 3 m, qui équipent aujourd'hui l'UBC, la NASA, et l'université de Californie à Los Angeles. Hickson et ses collaborateurs ont terminé le Large Zenith Telescope (LZT) de l'observatoire de l'UBC, qui a un miroir de 6 m et tourne à approximativement 8,5 tours à la minute.

Un système de suspension à air installée sous le dispositif rotatif limite les vibrations.

On utilise aujourd'hui du mercure, métal liquide à température ambiante, mais refroidi pour limiter les pertes par évaporation et la pollution toxique. Une fine couche d'environ 1/2 mm à 1 mm est placée dans un récipient parabolique en rotation.

Les télescopes à miroirs liquides sont conçus pour être grands et donc observer loin. Le problème principal de cette technique est que l'axe du miroir ne peut être que vertical : il est donc limité aux observations astronomiques proches du zénith (il est possible de décaler un peu l'instrument de mesure de la verticale). Cela n'est pas forcément gênant, car c'est à la verticale que la lumière est la moins perturbée par l'atmosphère et parce que les galaxies lointaines sont partout dans le ciel.

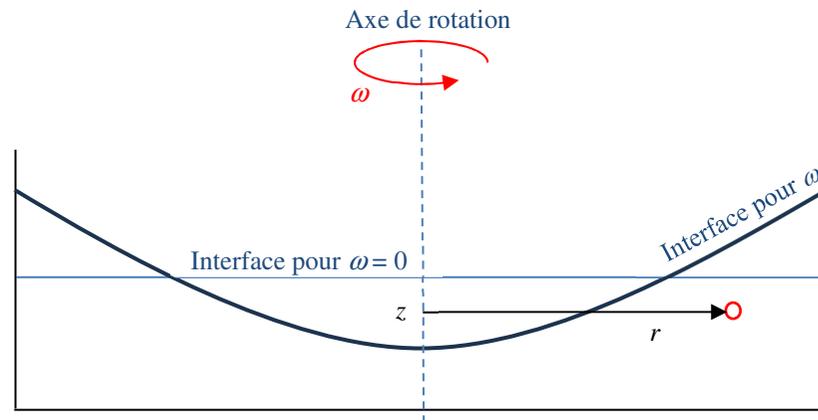
Les miroirs liquides sont bien moins coûteux que leurs homologues en verre, et ne peuvent pas se casser, ni durant le transport, ni sous l'action de leur propre poids à l'usage.



Situé dans l'Himalaya indien, à une altitude de 2 450 mètres, le télescope international à miroir liquide de 4 m (ILMT) est constitué d'une fine couche de mercure liquide qui flotte sur environ dix microns d'air comprimé. (2022)

<http://www.ilm.tulga.ac.be/mercury-test/>

Dans la suite on cherche à déterminer la forme de l'interface air / liquide (encore appelée surface libre) lorsqu'un liquide est à l'équilibre dans un récipient en rotation à vitesse uniforme ω par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen (le liquide est immobile dans le récipient).



On se place en coordonnées cylindriques : une particule fluide est repérée par sa distance à l'axe r , par sa distance z au fond du récipient ainsi que par un angle θ .

1. Méthode 1 – « Méthode du gradient »

Montrer que l'équation de Navier-Stokes, dans le référentiel du récipient, sous forme vectorielle, peut se mettre sous la forme $\overline{\text{grad}} f = \vec{0}$ où $f(r, z)$ est une fonction à déterminer.

En déduire l'équation de la surface libre à une constante près.

2. Méthode 2

Projeter l'équation de Navier-Stokes et retrouver le résultat précédent.

Méthode de résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles (PDE)

Exemple - Soit $f(x, y)$ vérifiant le système d'équations différentielles :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = xy \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = 2x \quad (2)$$

L'équation (2) donne : $f(x, y) = 2xy + K(x)$ (3) où la « constante » K est en réalité une **fonction** éventuelle **de la variable x** maintenue constante (il suffit de dériver cette expression à x constant pour retrouver (2)).

Ne pas utiliser cette stratégie pour l'équation (1) : il apparaîtrait une autre fonction inconnue \Rightarrow **injecter** l'expression de f dans l'équation (1) :

$$2x + K'(x) = xy \Rightarrow K(x) = \frac{1}{2}x^2y - x^2 + A \quad \text{où } A \text{ est une « vraie » constante.}$$

Et en remplaçant $K(x)$ dans (3), $f(x, y) = 2xy + \frac{1}{2}x^2y - x^2 + A$.