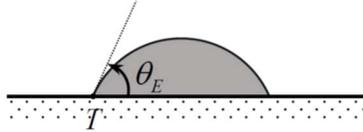


On considère une petite goutte liquide, déposée sur un substrat solide et plongée dans l'air. En négligeant les effets de la pesanteur, la goutte adopte la forme d'une calotte sphérique lorsqu'elle ne s'étale pas totalement.

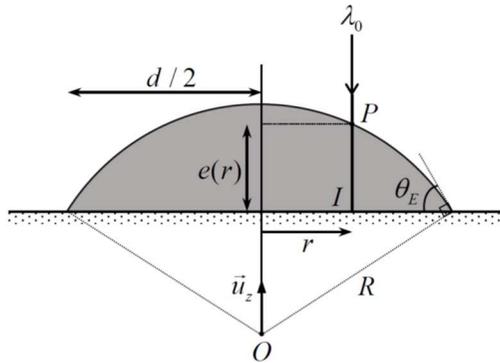
Les tensions superficielles des différentes interfaces mises en jeu conditionnent l'angle θ_E , appelé angle de contact, entre le substrat et la tangente à la goutte au niveau de la ligne de contact entre les trois phases, solide, liquide et gazeuse.



Angle de contact d'une goutte déposée sur un substrat solide

On propose dans cette partie d'étudier une méthode interférométrique de mesure d'un angle de contact.

Déposée sur un substrat solide d'indice optique n_S , la goutte liquide d'indice optique $n_\ell < n_S$ adopte la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon R et forme sur le substrat un disque de diamètre d .



Grandeurs caractéristiques d'une goutte déposée sur un substrat solide

On suppose dans toute cette partie que l'angle de contact θ_E est très petit : $\theta_E \ll 1$ rad.

La goutte est entièrement éclairée par un faisceau laser élargi, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , parallèle à l'axe de révolution (O, \vec{u}_z) de la goutte, et normal au plan du substrat.

Le substrat étant supposé parfaitement réfléchissant, on peut observer des interférences entre le rayon réfléchi sur le dioptre air/liquide en un point P situé à la distance r de l'axe (O, \vec{u}_z) et le rayon réfléchi en un point I sur le dioptre liquide/substrat.

La goutte étudiée présente une épaisseur suffisamment faible pour qu'on puisse négliger l'effet de déviation du rayon lumineux traversant la goutte par réfraction et réflexion sur le substrat.

En admettant que les deux réflexions au niveau des interfaces n'introduisent pas de déphasage, la différence de marche entre ces deux rayons correspond donc à un aller et retour dans la goutte sur une distance égale à l'épaisseur $e(r)$ de la goutte au niveau du point P .

1. On qualifie les franges d'interférences de franges d'égale épaisseur. Expliquer cette dénomination. Justifier que ces franges sont circulaires.
2. Comment peut-on observer en pratique les franges d'interférences localisées au voisinage du plan du substrat ?
3. En traduisant le fait que le point P appartient au cercle de centre O et de rayon R , montrer que l'épaisseur au niveau de ce point s'écrit : $e(r) = \sqrt{R^2 - r^2} - R \cos \theta_E$.
4. En se limitant à un développement au deuxième ordre en θ_E , exprimer R en fonction de d et θ_E .
Déduire de ces résultats que $e(r) \cong \frac{1}{4} d \theta_E \left(1 - \frac{4r^2}{d^2} \right)$.
5. Exprimer la différence de marche $\delta(r)$ en fonction de l'épaisseur locale $e(r)$ et de l'indice n_ℓ de la goutte. En déduire l'ordre d'interférences $p(r)$ en fonction de n_ℓ , d , r , λ_0 et θ_E .
6. On écrit l'ordre d'interférences au centre de la figure d'interférences ($r=0$) sous la forme : $p(r=0) = p_0 + \varepsilon$ avec p_0 un entier et $0 \leq \varepsilon < 1$.
On utilise l'indice m pour repérer les anneaux brillants sachant que $m = 1$ correspond au premier anneau brillant à partir du centre.
Exprimer l'ordre d'interférences $p(r_m)$ du m -ième anneau brillant de rayon r_m en fonction de p_0 et m . Donner le nombre d'anneaux brillants observables en fonction de p_0 .

L'expérience est réalisée en déposant une microgoutte d'un fondu de polymère, le polydiméthylsiloxane (PDMS), sur une couche lisse de silice. On obtient la figure d'interférences suivante.

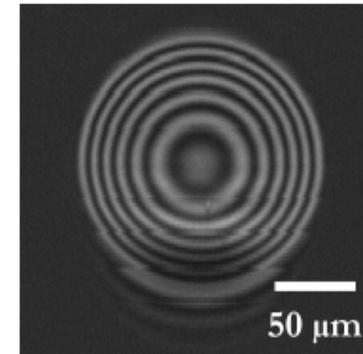


Figure d'interférences avec une goutte de PDMS sur une couche de silice

On déduit directement de la figure les rayons r_m des 6 premiers anneaux brillants.

m	1	2	3	4	5	6
r_m (μm)	30	46	57	67	75	83

7. Les grandeurs n_ℓ , d et λ_0 étant supposées connues, expliquer comment exploiter graphiquement ces données expérimentales afin d'en déduire l'angle de contact θ_E .
Déterminer θ_E sachant que $n_\ell = 1,4$; $d = 174 \mu\text{m}$ et $\lambda_0 = 658 \text{ nm}$.