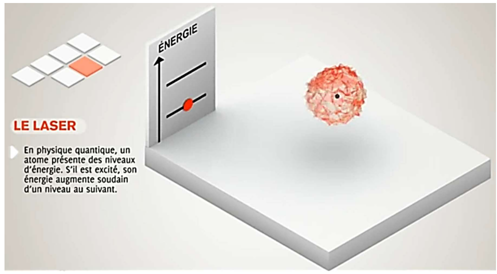
Laser

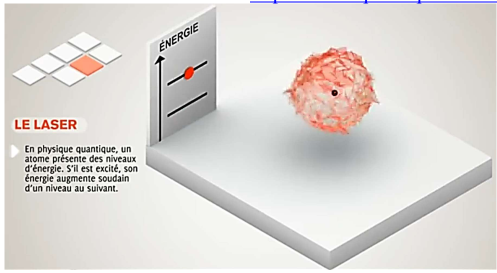
<u>L</u>ight <u>a</u>mplification by <u>s</u>timulated <u>e</u>mission of <u>r</u>adiation

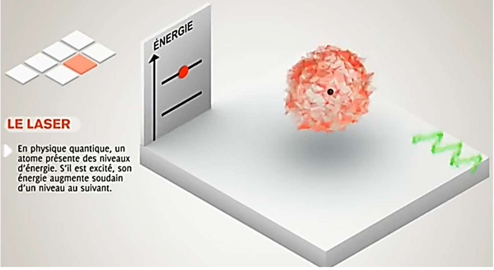
Principe du laser – 1960 (amplification de la lumière par émission stimulée de rayonnement)

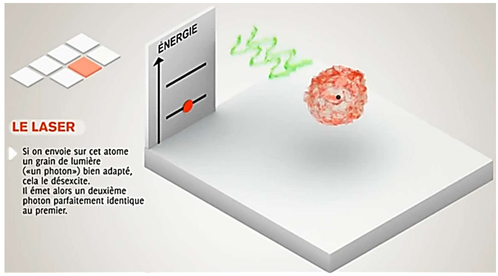
Animation *(à consulter en ligne)*

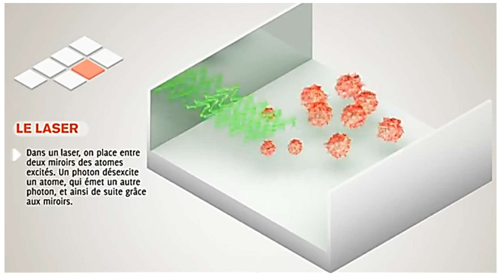
http://toutestquantique.fr/laser/

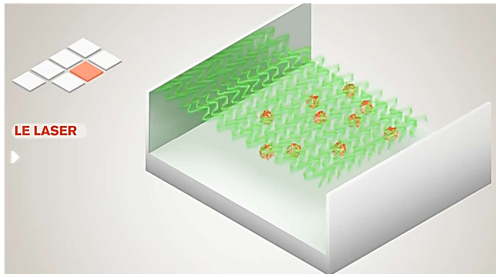


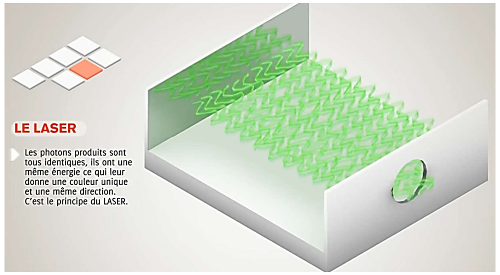


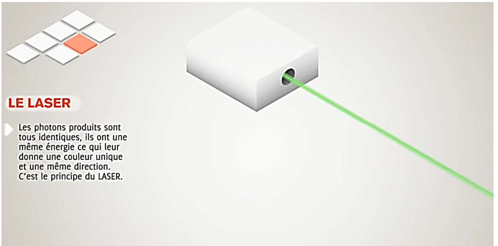






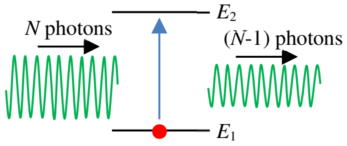




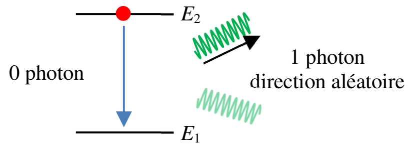


Absorption – Émission spontanée / stimulée

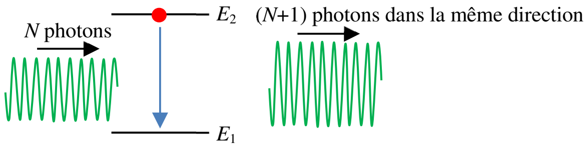
Dans tous les cas : photons associés à une onde de fréquence ν telle que $h\nu = E_2 - E_1$.



Absorption ⇒ onde atténuée



Emission spontanée



Emission stimulée ⇒ onde amplifiée

Émission stimulée (Einstein 1917) : par l'action d'un photon incident, un atome du niveau haut peut se désexciter en émettant un photon dit "stimulé" dont les propriétés sont exactement les ***mêmes*** que celles du ***photon incident***.

Répartition à l'équilibre thermodynamique - Facteur de Boltzmann

Dans un système ***à l'équilibre thermique*** à la température T, la ***probabilité*** d'une particule de posséder l'***énergie E*** est proportionnelle au ***facteur de Boltzmann*** : $e^{-\frac{E}{k_BT}}$.

On note n_1 et n_2 les densités volumiques (nombre d'atomes par unité de volume) d'atomes dans chacun des deux états 1 et 2 d'énergies respectives E_1 et $E_2 > E_1$ (respectivement bas et haut).

En l'absence d'émission stimulée : $\frac{n_1}{n_2} = e^{\frac{E_2 - E_1}{k_BT}} = e^{\frac{h\nu}{k_BT}} > 1$: l'état 1 de plus basse énergie que l'état 2 est donc plus peuplé que l'état haut : $n_1 < n_2$.

Inversion de population - Pompage

Les trois mécanismes (absorption, émission spontanée et émission stimulée) coexistent. Pour réaliser un milieu laser, il faut donc privilégier l'émission stimulée au détriment de l'absorption et de l'émission spontanée.

On note $u_\nu = \frac{d\langle u_{em}\rangle}{d\nu}$ la densité d'énergie électromagnétique dans la bande $[\nu,\ \nu + d\nu]$.

Rq : cette densité u_ν est donnée par une loi qui découle de la loi de Planck du rayonnement du corps noir.

La probabilité **d'absorption** d'un photon incident par un atome au niveau bas pendant le temps dt est :

$$dP_{abs} = B_{1\to 2}\, u_\nu\, dt\ .$$

La probabilité de **duplication** d'un photon incident (émission stimulée) par interaction avec un atome au niveau haut pendant le temps dt est :

$$dP_{st} = B_{2\to 1}\, u_\nu\, dt\ .$$

Einstein a montré que $\boldsymbol{B_{1\to 2} = B_{2\to 1}}$ donc les probabilités d'absorption et d'émission spontanée sont égales : absorption et émission stimulée sont deux processus réciproques soumis aux ***mêmes probabilités***.

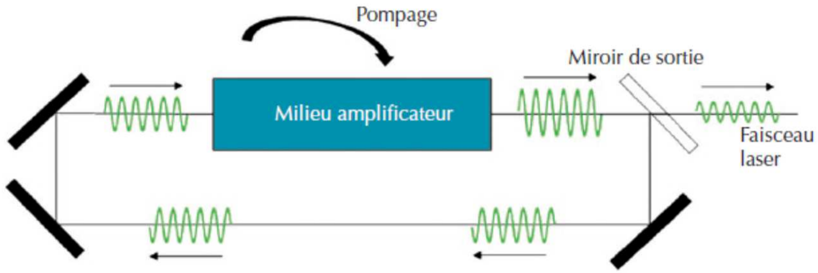
Pour favoriser l'émission stimulée au détriment de l'absorption, il faut donc faire en sorte de placer ***davantage d'atomes sur le niveau haut que sur le niveau bas*** : $n_1 < n_2$. Ce qui contraire à la statistique de Boltzmann (ci-dessus) : on parle donc d'***inversion de population***.
Pour imposer cette inversion de population (i.e. maintenir des atomes dans un état hors équilibre thermodynamique), il faut fournir de l'énergie, c'est l'opération de ***pompage*** (différentes méthodes existent).
Le physicien français Alfred Kastler a obtenu le prix Nobel en 1966 pour ce procédé.

Amplification

L'émission spontanée a tendance à vider naturellement le niveau haut. Il faut donc vider le niveau haut plus vite par émission stimulée que par émission spontanée. Or l'émission stimulée est d'autant plus probable que le milieu est éclairé avec un grand nombre de photons semblables.
L'astuce va donc consister à ***éclairer fortement le milieu, en confinant les photons dans une cavité***. Ainsi, le nombre de photons étant très grand et l'émission stimulée étant prépondérante, la cavité laser va augmenter le nombre de photons aux propriétés identiques - on parle de ***milieu amplificateur*** -.
Ces photons dupliqués confèrent à la lumière laser ses spécificités : ***cohérence*** et ***directivité***.

Eléments constitutifs d'un laser

Un laser est une source de lumière et non un amplificateur. Pour réaliser un laser, il faut donc compléter l'amplificateur de lumière afin de réaliser un ***oscillateur***.
Une telle transformation a été obtenue en électronique dans le ***montage oscillateur à pont de Wien*** : en reliant la sortie d'un amplificateur à un filtre passe-bande (qui sélectionne une fréquence de résonance) dont la sorte est elle-même reliée à l'entrée de l'amplificateur, le système se met à osciller à la fréquence de résonance.
Un tel système bouclé est responsable de l'effet Larsen en acoustique (le micro amplifie le son produit par un haut-parleur qui capte le son du micro).
Dans les deux cas, l'oscillation démarre sur le « ***bruit*** » (électrique ou sonore), c'est-à-dire sur des ***fluctuations de l'environnement***.
Pour le laser, c'est ***l'émission spontanée*** qui jouera le rôle de « bruit ».
Pour réaliser un laser, il faut donc renvoyer la lumière dans le milieu amplificateur grâce à un jeu de miroirs, en réalisant une ***cavité optique*** (cf. figure, cas d'une cavité en anneau constituée de quatre miroirs).



La cavité laser la plus simple est constituée de deux miroirs se faisant face. On parle de cavité « Fabry-Perot ».
Dans une telle cavité, l'un des miroirs réfléchit totalement la lumière à la longueur d'onde considérée. L'autre, le miroir de sortie, transmet une petite fraction de la puissance lumineuse présente dans la cavité ; l'onde transmise constitue le faisceau laser.
La lumière, réfléchie successivement par les deux miroirs, fait des ***allers-retours*** dans la cavité. Pour que la lumière vienne, à chaque passage dans l'amplificateur, renforcer l'onde lumineuse qui circule dans le laser, il faut que ces ondes soient en ***phase***.
Le chemin optique dans la cavité, correspondant à un aller-retour, doit être égal à un nombre entier de fois la longueur d'onde. C'est la condition de résonance : $2L = p\lambda$, soit $\boldsymbol{L = p\lambda/2}$, où L est la distance séparant les deux miroirs, λ la longueur d'onde de la lumière et p un nombre entier. Pour une longueur L fixée, seules les longueurs d'onde vérifiant la relation ci-dessus pourront donc être présentes dans le faisceau laser.
Les modes associés aux différentes valeurs de p vérifiant cette relation sont appelés ***modes longitudinaux de la cavité***.

Les éléments constitutifs d'un laser sont donc :
- ✓ un *milieu amplificateur*, pompé dans un état où il peut émettre de la lumière par émission stimulée dans une gamme de fréquences caractéristique du milieu ;
- ✓ une *source d'énergie* assurant le *pompage* du milieu amplificateur ;
- ✓ une *cavité optique* qui permet le bouclage du dispositif et impose au faisceau émis ses caractéristiques spatiales (direction, divergence) et temporelles (spectre de fréquences).

Une partie de l'énergie lumineuse présente dans la cavité s'en échappe : c'est l'émission du faisceau laser.

http://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2010/04/refdp201021p12.pdf

Analyse du fonctionnement d'un laser

Description corpusculaire d'une onde lumineuse

Le nombre de photons de fréquence dans $[\nu,\ \nu+d\nu]$ traversant une surface dS pendant dt est noté δN_ν. (Rq : $\delta N_\nu = \delta N/d\nu$ et $\delta N = \int \delta N_\nu d\nu$).

Le ***flux*** ϕ_ν ***de photons*** de fréquence dans $[\nu,\ \nu+d\nu]$ à travers dS est défini par :

$$\frac{\delta N_\nu}{dt} = \phi_\nu dS \quad (\text{débit en s}^{-1}) \quad : \phi_\nu \text{ en m}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ est l'analogue de } j_N \qquad (a)$$

D'où ***l'intensité*** du rayonnement dans la bande $[\nu,\ \nu+d\nu]$: $I_\nu = \phi_\nu h\nu$ $\qquad (b)$

Description ondulatoire d'une onde lumineuse (OPPH selon Oz)

En électromagnétisme, l'intensité du rayonnement dans la bande $[\nu,\ \nu+d\nu]$ est :

$$I_\nu = \frac{d\langle \Pi \rangle}{d\nu} \quad \text{où } \Pi \text{ est la norme du vecteur de Poynting en Wm}^{-2} \qquad (c)$$

La densité d'énergie électromagnétique dans la bande $[\nu,\ \nu+d\nu]$ est $u_\nu = \dfrac{d\langle u_{em}\rangle}{d\nu}$ $\qquad (d)$

On établit en électromagnétisme la relation u_ν / I_ν : $\langle \Pi(z)\rangle = \langle u_{em}(z)\rangle c \Rightarrow u_\nu = \dfrac{I_\nu}{c}$ $\qquad (e)$

On envisage dans la suite un ensemble d'atomes ne possédant que <u>deux niveaux d'énergie</u>.

Probabilités associées aux différents processus – Coefficients d'Einstein

Probabilité d'absorption pendant le temps dt : $\qquad dP_{abs} = B_{1\to 2}\, u_\nu dt$
Probabilité d'émission spontanée pendant le temps dt : $\qquad dP_{sp} = A\, dt$
Probabilité d'émission stimulée pendant le temps dt : $\qquad dP_{st} = B_{2\to 1}\, u_\nu dt$

Par ailleurs, $B_{1\to 2} = B_{2\to 1} = B$ (probabilités identiques pour les deux processus, Einstein).

Par définition d'une probabilité de transition du niveau i au niveau j : $dP_{i\to j} = \dfrac{dn_j}{n_i} = \dfrac{-dn_i}{n_i}$

où n_j augmente et n_i diminue de la même quantité (densités volumiques de population).
Par ailleurs, un atome passant de l'état 1 à l'état 2 par absorption, on a : $dn_{2abs} = -\,dn_{1abs}$.
Rq : si l'émission spontanée était le seul processus en jeu, la population du niveau excité évoluerait selon $n_2(t) = n_{02}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = 1/A \Rightarrow A$ est lié à la durée de vie de l'état excité.

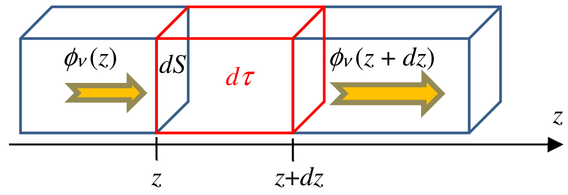
Évolution des populations d'atomes

Les densités de populations n_1 et n_2 <u>d'atomes</u> varient en raison des 3 mécanismes :

Variation par absorption pendant dt : $\qquad dn_{2abs} = -\,dn_{1abs} = B_{1\to 2}\, u_\nu dt \times n_1 > 0 \qquad (1)$
(n_2 augmente et n_1 diminue de la même quantité)
Variation par émission spontanée pendant dt : $\qquad dn_{2sp} = -\,dn_{1sp} = -A\, dt \times n_2 < 0 \qquad (2)$
Variation par émission stimulée pendant dt : $\qquad dn_{2st} = -\,dn_{1st} = -B_{2\to 1}\, u_\nu dt \times n_2 < 0 \qquad (3)$
(n_2 diminue et n_1 augmente de la même quantité pour ces deux processus)

Bilan de photons – Condition d'amplification

On éclaire le milieu (vapeur atomique) grâce à un faisceau de photons se propageant selon la direction Oz et on effectue un ***bilan de photons*** analogue aux bilans thermodynamiques sur un ***volume*** $d\tau$ d'épaisseur dz et de surface $dS = dxdy$ traversée par les photons.



$d\tau = dxdydz$

On réalise un bilan local de conservation du nombre de photons dans le volume $d\tau$**.**

La variation du nombre moyen de photons dans $d\tau$ entre t et $t+dt$ est :

$$dN = n_\nu(t+dt)\times d\tau - n_\nu(t)\times d\tau \qquad \Rightarrow \ dN = \frac{dn_\nu}{dt}\, d\tau\, dt$$

Le nombre de photons de fréquence ν entrant algébriquement dans le système est :

$$\delta N_e = \phi_\nu(z)\times dxdy\, dt - \phi_\nu(z+dz)\times dxdy\, dt \quad \text{d'après } (a) \qquad \Rightarrow \ \delta N_e = -\frac{d\phi_\nu}{dz}\, d\tau\, dt$$

Il reste à évaluer les termes de source/puits au sein du volume $d\tau$.

- ✓ Les photons émis par *émission spontanée* sont émis dans des *directions* ***aléatoires*** donc le nombre émis selon Oz est très faible, ***le terme* (2) *est donc négligé dans le bilan***.
- ✓ Par définition de ces processus, ***la variation du nombre de <u>photons</u> est l'opposée de la variation des populations d'atome*** × ***volume*** $d\tau$.

Le nombre de photons algébriquement créé (terme de source) est :
$\delta N_C = B u_\nu (n_2 - n_1)\, d\tau\, dt \qquad$ d'après (1) et (3)

Le bilan s'écrit : $dN = \delta N_e + \delta N_C = 0$ car en moyenne temporelle l'énergie électromagnétique de l'élément de volume ne varie pas lorsque l'***équilibre*** est atteint et donc le nombre moyen de photons dans le volume reste constant.

On en déduit $\dfrac{d\phi_\nu}{dz} = B u_\nu (n_2 - n_1)$.

Puis, compte tenu des définitions (b) et (e) ci-contre : $\dfrac{dI_\nu}{dz} = \dfrac{B(n_2 - n_1)h\nu}{c} I_\nu$.

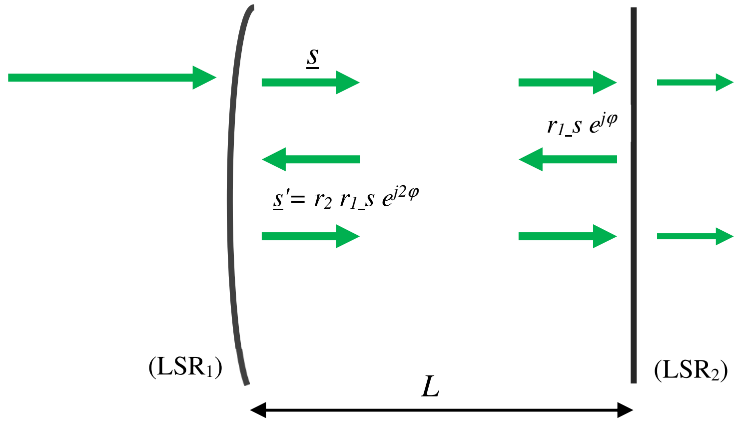
En régime d'équilibre, les populations des deux états restent constantes et on a donc :

$$I_\nu(z) = I_0 e^{\frac{Bh\nu(n_2 - n_1)}{c} z} \qquad (4)$$

L'intensité du faisceau incident est donc amplifiée ($I_\nu(z) > I_0$) si $n_2 > n_1$, autrement dit si on réalise une ***inversion de population***.

Cavité optique - Amplification

La cavité est constituée de deux lames semi-réfléchissantes (LSR_1) et (LSR_2) distantes de L.



On considère une onde d'amplitude complexe $\underline{s}$ entrant dans la cavité à travers (LSR_1).

L'onde parcourt la distance L et se réfléchit sur (LSR_2) avec le coefficient de réflexion en amplitude r_1, l'amplitude complexe de l'onde qui revient est donc $r_1\,\underline{s}\,e^{j\varphi}$ où $\varphi = 2\pi nL/\lambda_0$ (n indice du milieu amplificateur dans la cavité).
Cette onde est à son tour réfléchie par (LSR_1) et l'amplitude complexe de l'onde qui repart est donc $\underline{s}' = r_2\, r_1\, \underline{s}\, e^{j2\varphi}$.
Par ailleurs, l'onde traversant le milieu amplificateur placé dans la cavité, le gain en intensité exprimé ci-dessus (relation (4) I_ν / I_0) se traduit par un gain en amplitude noté g pour un aller-retour ; on a donc en réalité $\underline{s}' = g\, r_2 r_1\, \underline{s}\, e^{j2\varphi}$. Rq : $g = \sqrt{\dfrac{I_\nu(2L)}{I_0}} = e^{\frac{1}{2}\frac{Bh\nu(n_2-n_1)}{c}2L}$.

Laser

On admet que, par analogie avec le filtre de Wien, la ***condition d'oscillation*** est donnée par :

$$\frac{\underline{s}'}{\underline{s}} = 1 \ .$$

La ***condition d'accrochage en phase*** ($e^{j2\varphi} = 1$) se comprend facilement : les différentes ondes doivent être en phase (sous peine d'interférer destructivement).

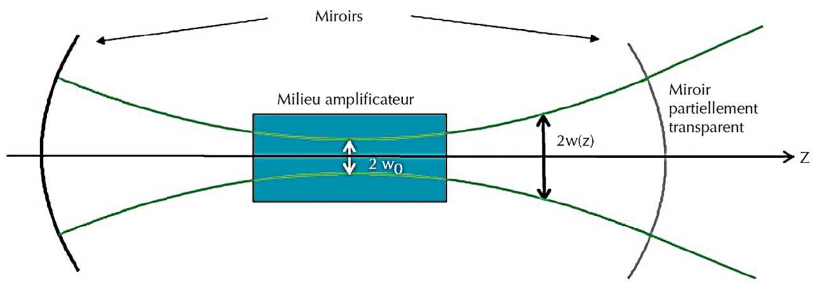
$\Rightarrow$ $L = p\dfrac{\lambda_0}{2n}$ avec p entier ; analogue des ***modes propres*** d'une corde vibrante.

Ou encore $f_P = p\dfrac{c}{2nL}$ $\Rightarrow$ écart entre deux modes voisins : $\Delta f = f_{p+1} - f_p = \dfrac{c}{2nL}$.

La ***condition d'accrochage en gain*** ($g\, r_2\, r_1 = 1$) se comprend également : le milieu amplificateur doit compenser le fait que les coefficients de réflexion sont inférieurs à 1.
En pratique, comme dans le cas du filtre de Wien, on doit avoir $g\, r_2\, r_1 \geq 1$: l'amplitude est alors limitée par des effets non linéaires (analogues à la saturation en tension de l'A.O.).

Faisceau laser

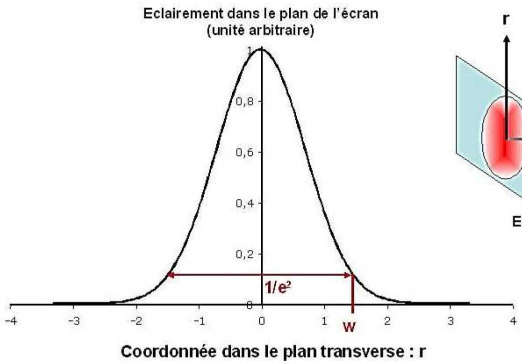
Le rayon du faisceau laser prend une valeur minimale, appelée ***col du faisceau*** ou "***waist***" en anglais et usuellement notée w_0.
Cette valeur dépend du rayon de courbure des miroirs de la cavité.
Autour de la position correspondant à w_0, l'onde lumineuse est peu divergente, la taille transverse du faisceau ne varie quasiment pas : le faisceau est cylindrique.
A l'opposé, loin du col, l'onde lumineuse peut être assimilée à une onde sphérique : le faisceau est divergent avec un angle de divergence θ.
Dans la cavité laser, c'est généralement autour de la position du col que l'on place le milieu amplificateur, afin d'obtenir le maximum d'émission stimulée, car c'est là que la densité d'énergie est la plus importante (figure ci-dessous).

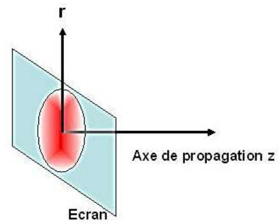


http://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2010/04/refdp201021p12.pdf

On constate qu'un laser fonctionnant à l'état stationnaire produit une onde lumineuse dont la structure spatiale ne varie pas dans le temps, et ce, malgré les nombreux allers et retour dans la cavité. Cette onde est une onde dite « gaussienne », dont la répartition de l'éclairement a une forme gaussienne dans un plan perpendiculaire à l'axe de propagation.
Physiquement, ***l'onde gaussienne concentre la lumière sur l'axe de la cavité***.

En mettant un écran ou un détecteur dans un plan perpendiculaire à l'axe de propagation de l'onde (en sortie du laser), on peut montrer que l'éclairement a une forme gaussienne dans ce plan (ci-contre).
On peut définir dans ce plan une certaine ***extension spatiale de l'onde lumineuse***.





Le rayon du faisceau dans ce plan est par définition la distance entre l'axe optique et l'endroit où l'éclairement est divisé par $1/e^2$ par rapport au maximum d'éclairement de l'onde. On le note W (figure ci-dessus).

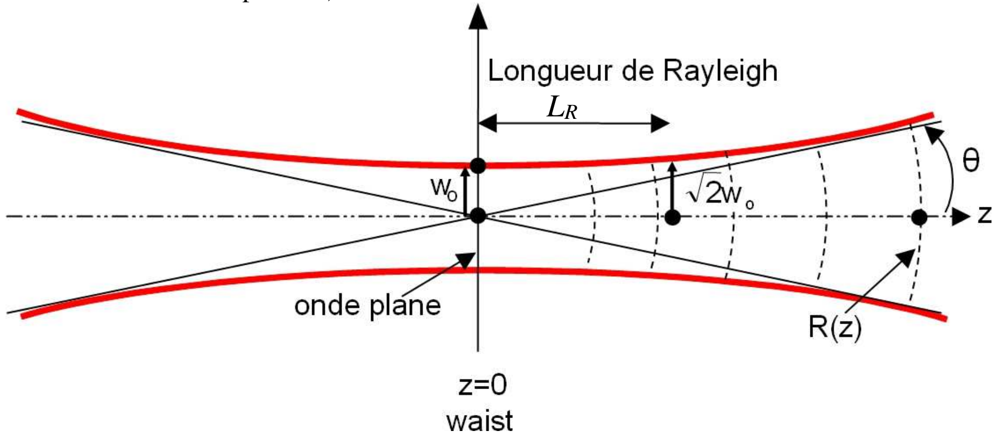
http://optique-ingenieur.org/fr/cours/OPI_fr_M01_C01/co/Contenu_09.html

Principaux paramètres

- ✓ Intensité du faisceau laser en coordonnées cylindriques (axe Oz = axe du faisceau et r = distance à cet axe) obtenue par résolution de l'équation de propagation en coordonnées cylindriques :

$$I(r,z) = I_M(z)e^{-\frac{2r^2}{W(z)^2}} \quad \text{où} \quad W(z) = W_0\sqrt{1+\frac{z^2}{L_R^2}} \quad \text{et} \quad L_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}.$$

- ✓ *W(z)* est la dimension (le rayon) de la tache laser dans un plan perpendiculaire à la propagation à la distance z de l'origine. Plus précisément, c'est le rayon à *1/e* du profil gaussien d'amplitude transverse dans le plan d'abscisse z (à $1/e^2$ si on considère le profil d'intensité : dans la formule ci-dessus, $I = I_M/e^2$ pour $r = W$).
- ✓ Le faisceau « s'étale » transversalement au cours de la propagation, tandis que son amplitude sur l'axe diminue (conservation de l'énergie). Le profil reste toujours gaussien.
- ✓ La taille du faisceau à l'origine, W_0, est la ***taille minimale du faisceau*** qui diverge à partir de ce point (figure ci-dessous). On appelle « ***waist*** », ou encore « col » ou « taille », cette dimension minimale (le waist désigne le rayon minimal du faisceau. Le diamètre est évidemment donné par $2W_0$).

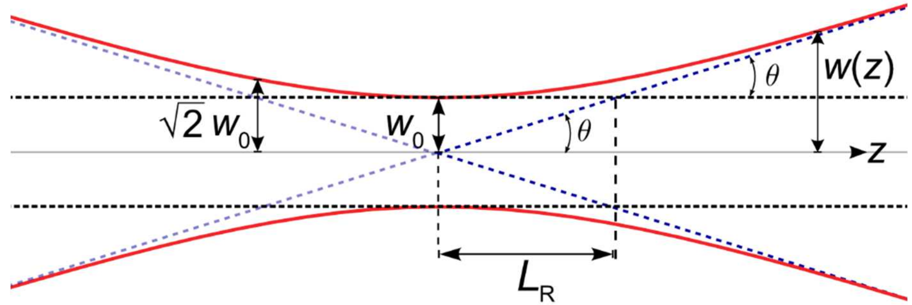


- ✓ La ***longueur de Rayleigh*** est la distance (comptée en partant du waist) au bout de laquelle la taille du faisceau a augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$ (ou encore que sa surface a doublé). C'est un paramètre important car il définit (un peu arbitrairement) la distance sur laquelle le faisceau laser garde une taille relativement constante.

http://www.optique-ingenieur.org/fr/cours/OPI_fr_M01_C03/co/Contenu_08.html

Pour un laser hélium néon (λ = 632 nm) par exemple, le rayon du faisceau dans le plan du col est de $W_0 \approx 1$ mm environ.
La divergence est très faible $\theta \approx 0{,}2$ mrad (l'onde doit se propager sur une distance $L_R \approx 5$ m à partir du col pour que le rayon du faisceau double). Il est impossible d'avoir de telles propriétés avec de la lumière issue de lampes classiques.

Modélisation du faisceau



La longueur de Rayleigh L_R peut être interprétée comme l'ordre de grandeur de la distance à partir de laquelle le faisceau devient conique.

- ✓ Pour $|z| \ll L_R$, *W(z)* varie peu, on modélise donc le faisceau par un ***faisceau cylindrique* de rayon W_0**.
- ✓ Pour $|z| \gg L_R$, $W(z) \approx \frac{W_0}{L_R}z$ (droite en pointillés tangente au « bord » du faisceau), on modélise donc le faisceau par un ***faisceau conique*** d'angle $\theta = \frac{W_0}{L_R}$ ou encore, compte tenu de l'expression de L_R : $\boxed{\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0}}$.

On reconnaît une expression analogue à celle de l'ouverture angulaire de la tache centrale de ***diffraction*** créée par une ouverture circulaire de rayon W_0 : $\varepsilon = 0{,}61\lambda/W_0$ (au préfacteur numérique près) : tout se passe comme si le faisceau laser diffractait sur son propre bord dans la zone cylindrique. Cette remarque laisse penser que ***la diffraction est une propriété attachée à la propagation d'un faisceau confiné***.
Autrement dit, il est impossible de concentrer autant que l'on veut un faisceau : la diffraction devient dominante dès que le rayon W atteint W_0 et le faisceau devient divergent.