

Particule chargée dans un champ magnétique uniforme

1. Préliminaires - Poids et forces électromagnétiques – SAVOIR-FAIRE

Vérifier que *le poids d'une particule chargée est toujours négligeable numériquement devant* :

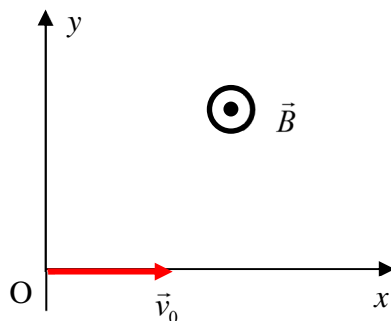
- **la force magnétique** (considérer un électron de vitesse $v = 1$ m/s placé dans le champ magnétique terrestre, par exemple) ;
- **la force électrique** (considérer un électron placé dans un condensateur plan dont les plaques sont distantes de $d = 1$ cm soumises à une ddp $U = 100$ V, le champ électrostatique E ainsi créé est $|E| = U/d$).

Rappels : $m_e \approx 10^{-30}$ kg, $B_{\text{terre}} \approx 10^{-5}$ T.

On considère un électron pénétrant en O à $t = 0$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme avec une **vitesse initiale** $\vec{v}_0$ **orthogonale au champ**.

Le point d'entrée O dans le champ est choisi comme origine du repère.

Il n'existe aucun champ électrique dans la suite.



2. Travail de la force magnétique et conséquences – SAVOIR-FAIRE

Montrer que la force magnétique ne travaille pas (i.e. que sa puissance est nulle).

En appliquant le théorème de la puissance mécanique, que peut-on en déduire concernant $\|\vec{v}\|$?

3. Expression du rayon de la trajectoire circulaire – SAVOIR-FAIRE

Justifier que, sous les hypothèses ci-dessus, la trajectoire est plane et préciser ce plan.

Montrer alors en utilisant le repère de Frenet que la trajectoire est circulaire et déterminer littéralement le rayon R de la trajectoire en fonction de m , v_0 , e et B .

4. Equation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes – Connaître la STRATEGIE

Etablir les équations différentielles du mouvement en coordonnées cartésiennes.

On posera $\omega_c = \frac{eB}{m}$, **pulsation cyclotron**.

En déduire les lois horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$ (cf. méthodes ci-dessous).

En déduire l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes et montrer que la trajectoire est circulaire ; retrouver en particulier l'expression du rayon.

Rq : une très grosse erreur consiste à écrire que la vitesse de l'électron est $\vec{v}_0$ à tout instant (seule la **norme** de la vitesse vaut v_0 à tout instant).

Ne pas oublier qu'on sait écrire a priori les coordonnées de la vitesse et de l'accélération en coordonnées cartésiennes et coordonnées cylindriques (cf. formulaire de mécanique) !

Intégration des équations différentielles couplées issues de la seconde loi de Newton

Méthode 1 : intégrer *une fois* par rapport **au temps** l'une des deux équations sans oublier de déterminer la **constante d'intégration** puis injecter l'équation obtenue dans la seconde équation différentielle ; on reconnaît alors une équation différentielle bien connue...

Méthode 2 : utilisation des complexes

On introduit la variable complexe : $\underline{X} = x + jy$.

On en déduit $\dot{\underline{X}} = \dot{x} + j\dot{y}$ puis $\ddot{\underline{X}} = \ddot{x} + j\ddot{y}$ or les expressions de $\ddot{x}$ et $\ddot{y}$ sont données par les projections de la seconde loi de Newton. On obtient alors une équation différentielle du 1^{er} ordre en $\underline{V} = \dot{\underline{X}}$ qu'on sait résoudre (attention la constante d'intégration est complexe ; elle est déterminée par les conditions initiales).

Par une dernière intégration par rapport au temps, on détermine alors $\underline{X}$ (attention à la constante d'intégration). Il suffit alors d'écrire que $x = \text{Re}(\underline{X})$ et $y = \text{Im}(\underline{X})$.

5. Vitesse initiale quelconque – Trajectoire hélicoïdale – SAVOIR-EXPLIQUER

Lorsque la vitesse initiale n'est plus orthogonale au champ magnétique, on décompose cette vitesse initiale en deux composantes, l'une orthogonale au champ $\vec{B}$ notée $\vec{v}_{0\perp}$ et l'autre parallèle au champ $\vec{B}$ notée $\vec{v}_{0\parallel}$. On a : $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0\perp} + \vec{v}_{0\parallel}$.

Ecrire la seconde loi de Newton en projection sur tous les axes et prévoir l'allure de la trajectoire sans calcul supplémentaire.

6. Particule dans un champ électromagnétique – Frottements – EXPERIMENTER

A partir de ces résultats fondamentaux, il est possible d'explorer des situations voisines : manipuler l'applet <http://gilles.django.group/pythonSageMath/trajectoiresEB> en suivant les suggestions.