Corde vibrante : réflexion - transmission

Énoncé type QC – Oral – 5/2

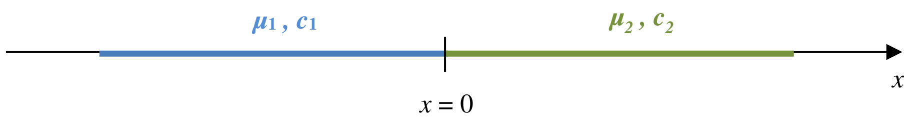
Deux cordes de masses linéiques μ_1 et μ_2 sont liées en $x = 0$. Une onde progressive sinusoïdale se déplace dans la première selon les abscisses x croissantes.
Déterminer les coefficients (complexes) de réflexion et de transmission en amplitude à la jonction des deux cordes. Commenter.

Énoncé détaillé

Une corde « infinie », confondue avec l'axe Ox au repos, est constituée de deux parties de masses linéiques différentes :

- $x < 0$ masse linéique μ_1 ;
- $x > 0$ masse linéique μ_2 .

Une onde progressive se dirige vers le point A (point de contact entre les deux cordes) en provenant de la région des $x < 0$.



On néglige tous les phénomènes dissipatifs, la raideur des cordes ainsi que leurs poids. La corde oscille dans le plan (xOy) vertical. Les cordes sont tendues avec la tension uniforme T.

1. Donner les formes a priori des O.P.P.H. incidente $y_i(x, t)$, réfléchie $y_r(x, t)$ et transmise $y_t(x, t)$ en fonction de la pulsation ω, des normes des vecteurs d'onde k_1 et k_2 et de constantes dont on donnera la signification.

2. Ecrire les ondes complexes associées $\underline{y}_i(x, t)$, $\underline{y}_r(x, t)$ et $\underline{y}_t(x, t)$.

3. En déduire les expressions des ondes dans les deux milieux : $\underline{y}_1(x, t)$ (corde 1) et $\underline{y}_2(x, t)$ (corde 2) en notation complexe.

On définit les coefficients (complexes) de réflexion $\underline{r}$ et de transmission $\underline{t}$ en amplitude au point de contact (ici $x_0 = 0$) des deux cordes par : $\underline{r} = \dfrac{\underline{y}_r(x = x_0, t)}{\underline{y}_i(x = x_0, t)}$ et $\underline{t} = \dfrac{\underline{y}_t(x = x_0, t)}{\underline{y}_i(x = x_0, t)}$.

4. Exprimer ces coefficients en fonction des amplitudes complexes des ondes.

5. Écrire une relation entre les amplitudes complexes $\underline{y}_1$ et $\underline{y}_2$ ***au point de contact*** A entre les deux cordes puis en déduire une relation entre $\underline{r}$ et $\underline{t}$.

6. Ecrire la 2ème loi de Newton au point géométrique A (i.e. sans masse). En déduire une relation entre les dérivées spatiales de $\underline{y}_1$ et $\underline{y}_2$ ***au point de contact*** puis en déduire une autre relation entre $\underline{r}$, $\underline{t}$ et les normes des vecteurs d'onde.

7. Déduire des questions précédentes les coefficients $\underline{r}$ et $\underline{t}$ en fonction des masses linéiques.

8. Commenter (envisager les cas limites).

Vidéo réflexion/transmission (ondes transversales sur des ressorts).